

Автономное образовательное учреждение
дополнительного образования Вологодской области
«Региональный центр дополнительного образования детей»
Центр выявления, поддержки и развития способностей и талантов
у детей и молодежи Вологодской области «Импульс»

УТВЕРЖДЕНО:

Решением Экспертного совета
Центра выявления, поддержки
и развития способностей и талантов
у детей и молодежи

Вологодской области

« » 2024 г.

Протокол №

Председатель

О.Б.Проничева



**Дополнительная
общеобразовательная общеразвивающая программа
«Теория вероятности»**

направленность: техническая

срок реализации: 5 месяцев

уровень программы: углубленный

возраст обучающихся: 13-14 лет

Автор-составитель:
Чиркова Полина Евгеньевна
студент 4 курса
Вологодского государственного университета
направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование
по профилю «Математическое и физическое образование».

Вологда
2024

РАЗДЕЛ 1 «КОМПЛЕКС ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОГРАММЫ»

1. Пояснительная записка

О необходимости изучения в школе элементов теории вероятностей и статистики речь шла очень давно. Можно привести цитату более чем столетней давности: «Приходилось слышать, что теория сочетаний и бином Ньютона предлагаются иногда, как отделы сократить. ...Теория эта по-особенному значению своему принадлежит к таким отделам, преподавание которых в гимназии следует непременно сохранить и поставить в лучшие условия. Теория сочетаний представляет средство для одной из важнейших способностей ума – способности представлять явления в разных комбинациях. Эта способность нужна в жизни каждому...», так в 1899 году попечитель Московского учебного округа профессор П.А. Некрасов на совещании по вопросам о средней школе описывал значение и место в школьном образовании того, что сейчас принято называть стохастической линией в преподавании математики.

В российской школе конца 20-го века данные темы не изучались, сейчас никто не подвергает сомнению необходимость включения стохастической линии в школьный курс, поскольку именно изучение и осмысление теории вероятностей и стохастических проблем развивает комбинаторное мышление, так нужное в нашем перенасыщенном информацией мире.

С недавнего времени тема является обязательной для изучения в 7-8 классах и в старшей школе, так как в итоговую аттестацию включены вопросы по теории вероятностей, статистике и комбинаторике. Тема вызывает у учащихся как большой интерес, так и большие затруднения. Поэтому проведение кружка по вышеизложенной теме актуально.

1.1. Актуальность программы

Создание условий для повышения мотивации к обучению математики, стремление развивать интеллектуальные возможности учащихся, углублять их знания, совершенствовать умения и навыки в разделе математики теория вероятности и математическая статистика.

Педагогическая целесообразность программы заключается в обеспечении адаптации школьников к жизни в обществе, профессиональной ориентации, развитии кругозора, формированию критического мышления в области оценки полученных решений, повышению уровня функциональной грамотности учащихся, подготовке к итоговым экзаменам и олимпиадам.

Программа составлена на основании следующих нормативно-правовых документов:

- Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. от 14.07.2022) «Об образовании в Российской Федерации» (с изм. и доп., вступ. в силу с 25.07.2022), ст. 2 п.9
- Федеральный закон от 31 июля 2020 г. N 304-ФЗ "О внесении изменений в Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" по вопросам воспитания обучающихся");
- Санитарные правила СП 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи», утвержденными 28.09.2020 г. № 28 (регистрационный номер 61573 от 18.12.2020 г.);
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 27 июля 2022 г. N 629 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;
- Целевая модель развития региональной системы дополнительного образования детей (приказ Министерства просвещения РФ от 3 сентября 2019 г. № 467);
- Федеральные проекты «Успех каждого ребенка», «Цифровая образовательная среда», «Патриотическое воспитание» и др.;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 31 марта 2022 года № 678-р принята Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года;
- Положение о Центре выявления, поддержки и развития способностей и талантов у детей и молодежи Вологодской области «Импульс».

1.2. Направленность и уровень программы

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Теория вероятности» реализуется в рамках технической направленности.

Данная программа реализуется на углубленном уровне.

1.3. Отличительные особенности программы

Главным отличием данной программы является насыщенность и разнообразие практического материала в виде задач, углубленной теории избранных вопросов теории вероятности и математической статистики.

1.4. Адресат программы

Для участия в образовательной программе приглашаются 10-15 школьников 7-8 классов Вологодской области, имеющих повышенную мотивацию к изучению математики, продемонстрировавших хорошую результативность при освоении общеобразовательной программы по математике.

1.5. Форма обучения

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Теория вероятности» реализуется в очном формате с применением дистанционных технологий.

1.6. Объем и срок освоения программы

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Теория вероятности» рассчитана на 60 часов.

РАЗДЕЛ 2 «ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРОГРАММЫ»

2. Цели и задачи программы

2.1. Цель программы выработать умения решать комбинаторные задачи, находить вероятность случайных зависимых и независимых событий, строить графики и определять статистические законы.

2.2. Задачи программы:

Личностные задачи

- поддержать познавательный интерес, установку на поиск способов решения математических задач;
- сформировать готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления события, факта);
- развить способность характеризовать собственные знания, устанавливать какие из предложенных задач могут быть решены;
- развить критичность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении математических задач.

Метапредметные задачи

- способствовать формированию основ научного типа мышления;
- развить способность находить необходимую информацию и представлять ее в различных формах (моделях);
- укрепить способность планировать и контролировать свою учебную деятельность, прогнозировать результаты;
- усовершенствовать навык работать в команде, умение публично предъявлять свои образовательные результаты.
- развить критическое мышление учащихся;
- развить креативность учащихся.

Предметные задачи

- свободно оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения

выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;

- выбирать наиболее удобный способ представления информации, адекватный её свойствам и целям анализа;
- вычислять числовые характеристики выборки;
- свободно оперировать понятиями: факториал числа, перестановки, сочетания и размещения, треугольник Паскаля;
- свободно оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;
- знать примеры случайных величин и вычислять их статистические характеристики;
- использовать формулы комбинаторики при решении комбинаторных задач;
- решать задачи на вычисление вероятности в том числе с использованием формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- представлять информацию о реальных процессах и явлениях способом, адекватным её свойствам и цели исследования;
- анализировать и сравнивать статистические характеристики выборок, полученных в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления, решения задачи из других учебных предметов;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений в различных ситуациях.

РАЗДЕЛ 3 «СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ»

3.1. Учебный план

Наименование темы	Количество часов				Формы аттестации/контроля
	теория	практика	самостоятельная работа	всего	
Организационное занятие	1	-	-	1	Текущий контроль
Теория вероятности в жизни	0.5	0.5	-	1	Текущий контроль
Элементарные задачи	1	1	-	2	Групповое решение задач
Круги Эйлера	1	1	-	2	Текущий контроль
Геометрическая вероятность	-	-	2	2	Самостоятельное решение задач
Условная вероятность	1	1	-	2	Текущий контроль
Деревья	-	2	-	2	Групповое решение задач
Задачи с независимыми событиями	-	-	2	2	Самостоятельное решение задач
Формула полной вероятности	1	1	-	2	Текущий контроль
Случайные выборы	1	1	-	2	Групповое решение задач
Комбинаторика. Правила умножения и сложения	1	1	-	2	Групповое решение задач
Перестановки, размещения и сочетания	1	1	-	2	Текущий контроль
Комбинаторика в задачах по теории вероятности	-	-	2	2	Самостоятельное решение задач
Три эксперимента с удачей и провалом	-	-	2	2	Самостоятельное решение задач

Бинарные случайные величины	1	1	-	2	Текущий контроль
Распределения	1	3	-	4	Текущий контроль
Математическое ожидание случайной величины	-	-	4	4	Самостоятельное решение задач
Основные законы распределения	1	1	-	2	Текущий контроль
Метод индикаторов	1	1	-	2	Текущий контроль
Задачи повышенной сложности	1	3	-	4	Групповое решение задач
Простые оценки	1	1	-	2	Текущий контроль
Дисперсия	1	-	3	4	Самостоятельное решение задач
Поиск дисперсии	1	1	-	2	Текущий контроль
Рекурсия	1	3	-	4	Текущий контроль
Неподвижные точки	1	1	-	2	Текущий контроль
Итоговая олимпиада	-	2	-	2	Самостоятельное решение задач
Итого	18.5	26.5	15	60	

3.2. Содержание

Случайные опыты и случайные события.

1. Теория вероятности в жизни

Где мы сталкиваемся со случайными событиями в повседневной жизни? Как нас могут обманывать мошенники по телефону, почему их стратегия работает? Цель и назначение предмета «Теория вероятности» в жизни каждого. Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы).

2. Элементарные задачи

Классическое определение вероятности, формула. Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные

события. Решение задач на равновероятные события с подбрасыванием монет, задачи с игральным кубиком.

3. Круги Эйлера

Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Решение задач с помощью диаграмм Эйлера.

4. Условная вероятность

Понятие условной вероятности, формула. Решение задач с условной вероятностью.

5. Деревья

Представление эксперимента в виде дерева, сложение и умножение вероятностей. Решение задач на сложение и умножение вероятностей с использованием приема «дерево». Испытания до первого успеха.

6. Задачи с независимыми событиями

Независимые события. Последовательные независимые испытания. Независимые события в задачах.

7. Формула полной вероятности

Введение формулы полной вероятности. Решение задач на применение данной формулы.

8. Случайные выборы

Решение задач со случайным выбором, алгоритм.

9. Три эксперимента с удачей и провалом

Практикум по решению задач, сводящихся к трем экспериментам с удачей и провалом.

Элементы комбинаторики.

1. Комбинаторика. Правила умножения и сложения

Описание: Что такое комбинаторика? Законы сложения и умножения. Решение задач с применением правил сложения и умножения.

2. Перестановки, размещения и сочетания

Описание: Факториал. Что такое число перестановок, число размещений и число сочетаний? Размещение, перестановки и сочетания с повторениями. Применение формул для решения задач.

3. Комбинаторика в задачах по теории вероятности

Описание: Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением элементов комбинаторики.

Геометрическая вероятность.

Описание: Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, отрезка и дуги окружности. Случайный выбор числа из числового отрезка. Решение задач на геометрическую вероятность.

Случайные величины.

1. Бинарные случайные величины

Описание: Понятие случайной величины. Виды случайных величин. Примеры.

2. Распределения

Описание: Понятие закона распределения. Ряд распределения и многоугольник распределения. Функция распределения, ее свойства. Плотность распределения. Решение задач на нахождение функции распределения случайной величины.

3. Математическое ожидание случайной величины

Описание: Определение математического ожидания дискретной и непрерывной случайных величин. Свойства. Задачи на нахождение математического ожидания.

4. Основные законы распределения

Описание: Биномиальное распределение, равномерное распределение, распределение Пуассона, нормальное распределение. Знакомство с алгоритмом определения закона распределения.

5. Задачи повышенной сложности

Описание: Независимые случайные величины. Сложение, умножение случайных величин. Решение задач повышенной сложности на нахождение случайной величины. Понятие о законе больших чисел.

6. Простые оценки

Описание: Решение задач, где необходимо оценить какую-нибудь величину. Метод моментов.

7. Дисперсия

Описание: Определение дисперсии случайной величины. Формула. Среднее квадратическое отклонение случайной величины. Свойства дисперсии.

8. Поиск дисперсии

Описание: Решение задач по нахождению дисперсии и среднего квадратического отклонения случайной величины. Дисперсия числа успехов в серии испытаний Бернулли.

9. Метод индикаторов

Описание: Поиск дисперсии методом индикаторов.

10. Рекурсия

Описание: Решение задач, где возникают рекуррентные соотношения: искомая величина выражается через такие же, но найденные ранее.

11. Неподвижные точки

Описание: Понятие неподвижных точек. Решение задач о неподвижных точках.

3.3. Планируемые результаты:

Личностные результаты

- устойчивый познавательный интерес ученика, установка на поиск способов решения математических задач;

- готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления, события, факта);

- способность ученика характеризовать собственные знания, устанавливать какие из предложенных задач могут быть решены;

- критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач.

Метапредметные результаты

- сформированные основы научного типа мышления;

- умение находить необходимую информацию и представлять ее в различных формах (моделях);

- способность планировать и контролировать свою учебную деятельность, прогнозировать результаты;

- усовершенствованный навык работать в команде, умение публично предъявлять свои образовательные результаты.

- развитая креативность и критическое мышление.

Предметные результаты

После окончания программы обучения, обучающиеся должны знать и уметь

- способность свободно оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;

- умение выбирать наиболее удобный способ представления информации, адекватный её свойствам и целям анализа;

- способность свободно оперировать понятиями: факториал числа, перестановки, сочетания и размещения, треугольник Паскаля, случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;

- умение вычислять числовые характеристики выборки;

- умение использовать формулы комбинаторики при решении комбинаторных задач;

- умение решать задачи на вычисление вероятности в том числе с использованием формул.

- представлять информацию о реальных процессах и явлениях способом, адекватным её свойствам и цели исследования;

- умение анализировать и сравнивать статистические характеристики выборок, полученных в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления, решения задачи из других учебных предметов;

- умение оценивать вероятность реальных событий и явлений в различных ситуациях

3.4. Способы проверки знаний и формы подведения итогов.

Диагностика освоения обучающимися дополнительной образовательной общеразвивающей программы «Теория вероятности» в форме текущего контроля, практических работ. Промежуточная, итоговая аттестация в различных формах: тест, олимпиада по теории вероятности.

РАЗДЕЛ 4 «КОМПЛЕКС ФОРМ АТТЕСТАЦИИ»

4.1 Формы аттестации

4.1.1 Формы отслеживания и фиксации результатов

Опрос, олимпиада, контрольное задание, педагогическое наблюдение.

Мониторинг образовательных результатов:

Высокий уровень – имеет широкий кругозор знаний по содержанию курса, владеет определенными понятиями (природа живая и неживая, окружающая среда, экология и др.), использует дополнительную литературу.

Средний уровень – имеет неполные знания по содержанию курса, оперирует специальными терминами, не использует дополнительную литературу.

Низкий уровень – недостаточны знания по содержанию курса, знает отдельные определения.

Форма фиксации результатов:

ФИО ребенка	Стартовый		Промежуточный		Итоговый	
	Кол-во детей	%	Кол-во детей	%	Кол-во детей	%
итого						
высокий						
средний						
низкий						

4.2 Оценочные материалы

Отслеживание результативности работы осуществляются через педагогическое наблюдение, олимпиаду, опросы.

Итоговой формой реализации программы является участие в олимпиаде по всем темам курса.

Вид оценочного материала	Примерный перечень оценочных материалов данного вида	В каких случаях применяется на учебных занятиях	Примечания
Опрос	Опросные листы по итогам тем	Текущий контроль	

Олимпиада	Итоговое олимпиадное состязание по всем темам курса	Итоговый контроль	
Педагогическое наблюдение	Критерии оценки уровня усвоения практических и теоретических знаний и умений, овладения общеучебными навыками	Итоговый контроль	

Занятие. Итоговая олимпиада (пример).

Фамилия Имя: _____

- Сколькими способами на шахматной доске 8×8 можно выбрать две клетки разного цвета, не лежащих на одной горизонтали и вертикали?
- В комнате 7 мужчин и 5 женщин. Сколько способов избрать пять человек, среди которых две женщины?
- Из мешка с 9 белыми и 5 красными шарами вынимают все шары (один за другим). Сколько последовательностей появления шаров, если шары одного цвета нельзя отличить?
- Известно, что событие A имеет вероятность $0,8$, событие B — вероятность $0,6$, а их пересечение $A \cap B$ имеет вероятность $0,45$. Найдите вероятность объединения событий A и B .
- В урне 4 белых и 6 черных шаров. Вынули 3 шара подряд. Найдите вероятность того, что цвета шаров чередуются.
- На бесконечную шахматную доску, у которой все поля — квадраты со стороной 4, наудачу бросают монету радиусом 1. Найдите вероятность того, что монета целиком попадет в один квадрат.
- В ящике 10 деталей, из которых 4 стандартные. Рабочий наугад взял 3 детали. Найдите вероятность, что среди них хотя бы одна стандартная.
- В первой урне 8 белых и 6 черных шаров, а во второй 4 белых и 8 черных шаров. Из выбранной наудачу урны вынули шар. Найдите вероятность того, что он белый.
- Два охотника одновременно стреляют в цель. Известно, что вероятность попадания в мишень первого равна $0,2$, а второго $0,6$. В результате залпа один охотник попал. Найдите вероятность того, что промахнулся первый охотник.
- Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: два выигрыша при 6 результативных партиях или 3 выигрыша при 9 результативных партиях?

11. В урне 4 шара: 1, 2, 3, 4. Наудачу выбирают 2 шара. Рассмотрим сумму номеров этих шаров, равную x . Составьте ряд распределения случайной величины x .

12. В роте 101 солдат, и все немного отличаются по росту друг от друга. По команде они выстроились в одну шеренгу в случайном порядке. Найдите математическое ожидание числа тех:
а) кто выше своего левого соседа.

РАЗДЕЛ 5 «КОМПЛЕКС ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ»

5.1 Условия реализации программы

5.1.1 Материально-техническое обеспечение программы

Для реализации программ в очном формате с применением дистанционных технологий (Яндекс.Телемост) необходимо аудиторное помещение, обеспечение необходимыми техническими средствами и оборудованием, а также методический фонд на основе презентаций и интерактивных программ.

5.2. Кадровое обеспечение

Программа реализуется педагогическим работником, обладающим профессиональными знаниями и компетенциями.

5.3 Информационно-методическое обеспечение

Методы обучения. При реализации программы могут использоваться методы обучения: объяснительно-иллюстративный в форме эвристических бесед, демонстрация фото и видео материалов, электронных презентаций, частично-поисковый реализуется через выполнение практических работ и творческих заданий, экскурсии, проблемный метод обучения, исследовательский метод при проведении самостоятельных исследований и другие методы.

Методы воспитания. Программа реализуется через беседы, дискуссии, создание на занятиях ситуаций эмпатии во взаимоотношениях с другими людьми и природой родного края, ситуации прогнозирования последствий поведения человека в природе.

Педагогические технологии: технология проблемных вопросов, технология эвристического обучения, технология дифференцированного подхода, технология сотрудничества, информационная технология, коммуникативная технология.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Продолжительность реализации программы – 60 часов.

Формы и режим занятий: 1 раз в неделю по 3 академических часа (1 академический час – 40 минут).

Месяц	Тема занятий	Кол-во часов	Форма занятий
Январь	Теория вероятности в жизни	2	Текущий контроль
Январь	Классическое определение вероятности. Элементарные задачи	2	Текущий контроль
Январь	Элементарные задачи	2	Групповое решение задач
Январь	Круги Эйлера	2	Текущий контроль
Январь	Геометрическая вероятность	2	Самостоятельное решение задач
Январь	Геометрическая вероятность	2	
Февраль	Условная вероятность	2	Текущий контроль
Февраль	Деревья	2	Групповое решение задач
Февраль	Задачи с независимыми событиями	2	Самостоятельное решение задач
Февраль	Задачи с независимыми событиями	2	
Февраль	Формула полной вероятности	2	Текущий контроль
Февраль	Формула полной вероятности	2	Текущий контроль
Март	Случайные выборы	2	Групповое решение задач
Март	Случайные выборы	2	
Март	Комбинаторика. Правила умножения и сложения	2	
Март	Перестановки, размещения и сочетания	2	Текущий контроль
Март	Комбинаторика в задачах по теории вероятности	2	Самостоятельное решение задач
Март	Комбинаторика в задачах по теории вероятности	2	
Март	Три эксперимента с удачей и провалом	2	
Март	Бинарные случайные величины	2	Текущий контроль
Апрель	Бинарные случайные величины	2	Текущий контроль
Апрель	Распределения	2	Текущий контроль

Апрель	Распределения	2	Текущий контроль
Апрель	Математическое ожидание случайной величины	2	Самостоятельное решение задач
Апрель	Математическое ожидание случайной величины	2	
Апрель	Основные законы распределения	2	Текущий контроль
Апрель	Метод индикаторов	2	Текущий контроль
Апрель	Задачи повышенной сложности	2	Групповое решение задач
Апрель	Задачи повышенной сложности	2	
Май	Простые оценки	2	Текущий контроль
Май	Дисперсия	2	Самостоятельное решение задач
Май	Дисперсия	2	
Май	Поиск дисперсии	2	Текущий контроль
Май	Рекурсия	2	Текущий контроль
Май	Рекурсия	2	Текущий контроль
Май	Неподвижные точки	2	Текущий контроль
Май	Итоговая олимпиада	2	Самостоятельное решение задач

Список литературы

1. Учебники и учебные пособия

1. Афанасьев В.В. Теория вероятностей: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Математика» / В.В. Афанасьев. — М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2007. — 350 с.
2. Баврин, И. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник/И. И. Баврин. — М.: Высш. шк., 2005, — 160 с.
3. Высоцкий И. Р. Дидактические материалы по теории вероятностей. 9—8 классы. — М.: МЦНМО, 2018. — 224 с.
4. Высоцкий И. Р. Кружок по теории вероятностей. — М.: МЦНМО, 2017. — 128 с.
5. Математика. Универсальный многоуровневый сборник зала. 7 9 классы. Учеб. пособие для общеобразоват. организаций. В 3 ч. ч 3. Статистика. Вероятность. Комбинаторика. Практические задачи / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. М.: Просвещение, 2020. - 238 с.
6. Семенов В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2013. — 192 с.
7. Теория вероятностей и статистика. 2-е издание, переработанное Тюрин Ю.Н., Яценко И.В., Высоцкий И.Р., Макаров А.А. М.: МЦНМО, 2008. - 256 с.
8. Теория вероятностей и статистика: методическое пособие для учителя. Тюрин Ю.Н., А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко. М.: МЦНМО, 2014. - 56 с.
9. Трофимова, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Е. А. Трофимова, Н. В. Кисляк, Д. В. Гилёв; [под общ. ред. Е. А. Трофимовой] ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. — Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018. — 160 с

2. Список интернет-ресурсов

1. <https://multiurok.ru/> - Мультиурок - проект для учителей.
2. <https://infourok.ru/> - «Инфоурок».
3. <https://sites.google.com/site/sajt10zolotko/> - Сайт учителя математики Золотько Людмилы Ивановны.